



Рубцовский институт (филиал)
Алтайского государственного университета
«Кубок города по физике, химии,
математике и информатике»



Олимпиада по математике, 10-11 класс, 13 апреля 2016 г.

1. Однажды в Артеке за круглым столом оказалось пятеро ребят родом из Москвы, Санкт-Петербурга, Новгорода, Перми и Томска: Юра, Толя, Алеша, Коля и Витя. Москвич сидел между томичем и Витей, санкт-петербуржец — между Юрой и Толей, а напротив него сидели пермяк и Алеша. Коля ни когда не был в Санкт-Петербурге, а Юра не бывал в Москве и Томске, а томич с Толей регулярно переписываются. Определите, в каком городе живет каждый из ребят. **(5баллов)**

2. Решите уравнение $\sqrt{x-3} - 2\sqrt{x-4} - \sqrt{x+5} + 6\sqrt{x-4} = 2$ **(10баллов)**

3. Докажите, что если в треугольнике $a^2 = b^2 + bc$, то $\alpha = 2\beta$.

(15баллов)

4. Пусть $\begin{cases} ax + by = 3, \\ ax^2 + by^2 = 7, \\ ax^3 + by^3 = 16, \\ ax^4 + by^4 = 42, \end{cases}$ тогда $ax^5 + by^5$ равно... **(20баллов)**

5. В треугольнике ABC проведены биссектриса AD и медиана CM , пересекающиеся в точке O . известно, что $AB=6$, $BC=4$, $AC=5$. Найти отношение $S_{AOC} : S_{OMD}$. **(25баллов)**

6. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в основании которого лежит квадрат $ABCD$ со стороной длиной 3 см., боковые ребра AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 имеют длину 5 см. Равносторонний треугольник расположен в пространстве так, что одна его вершина совпадает с вершиной C параллелепипеда, а две другие расположены на прямых BB_1 и $C_1 D_1$ соответственно. Найдите длину медианы этого треугольника. **(25баллов)**.